ゲームなど「いまどき」クール物を視野に入れるが、歴史的な視野を広げようとしている点にセンターらしさがあるだろう。最近寄贈された浪曲のＳＰ盤約一万枚を使う共同研究班が二〇一六年度に立ち上がる。松島詩子コレクションは、それと隣接した流行歌研究にまたとない素材を提供してくれる。

（国際日本文化研究センター教授）

モンティ・ホール問題

森　洋久

一九六〇年代に始まったアメリカＮＢＣ、のちＡＢＣの人気番組「Let's Make a Deal」の話をしよう。この番組の特に人気のあるくだりは、一般からの出演者が、三つの扉の向こうに隠された景品を当てるコーナである。司会者モンティ・ホールの軽快なリードのもと、出演者が一つの扉を選ぶ。直後に、モンティ・ホールは素直にその扉を開けるわけではなく、出演者の選ばなかった二つの扉のうち一つを開けてみせる。そこにはハズレを意味するヤギがいる。モンティ・ホールは、「ほら、このとおり、この扉はハズレでした、さて、正解はあなたの選んだ扉か、あるいは、もう一つの扉ということですよ。ここで、扉を選び直しても構いません。これが最後のチャンスです。」という。さて、あなただったらどうしますか。

モンティ・ホールに与えられた最後のチャンスのとき、出演者は扉を選びなおしたほうが良いのか、それとも、自分の最初の選択を堅持したほうがいいのか、全米で論争になった時があった。ニュース雑誌 Parade に「Ask Marilyn」という、読者からの様々な疑問に答えるコラムがあり、ここの読者からの質問がはじまりであった。このコラムを主宰していたのは、マリリン・ボス・サヴァント（Marilyn vos Savant）という、もっとも高いＩＱをもつ人物としてギネスブックにも載ったほどの人物である。マリリンは、この質問に、一九九〇年九月九日版のコラムで「選びなおしたほうが良い」と、いともあっさり答えた。ところがその後、この解答に対する反対者があらわれはじめ、高名な数学者までも巻き込んだ大議論に発展してしまった。マリリンはその論争を著書「The Power of Logical Thinking」で回顧している。これが世に言う「モンティホール問題」である。

マリリンへの反論者の言い分はこうである。コーナが始まる前に景品は三つの扉のうちどれかの後ろにすでにセットされている。どの扉の後ろかは、ランダムに決められるので、どの扉もあたりの確率は⅓である。司会者が一つの扉を開けたところで、確率が変化するはずがない。挑戦者が、後で扉を選び変えたとしても当たる確率は⅓で、選び直す意味はないのだ。という。

わたしも周囲の面々にこの話を持ち出してみたが、「変えなければならない衝動に狩られるけれど、変える必要はない。」とか、「なんとなく変える方がよさげだが、その理由はよくわからない。」といった答えが返ってくる。

だが、マリリンへの反論が正しくないことはこんな風に考えて見るとわかるのではないか。司会者が何をしようとも、どの扉も確率は⅓で変化しないと仮定するならば、モンティホール

があける扉も御多分に洩れずである。つまり、⅓の確率でモンティホールは景品が入っている扉を開けてしまうことになる。そうとなれば、そこで直ちにゲームセットとなる。番組の三回に一回はこういう面白くない事態に陥るのである。

モンティ・ホールは最後のチャンスを促す時、景品のある扉を開けるはずがない。この問題には暗黙の前提があるのである。暗黙の前提がなにか、これをはっきりさせないと、このゲームの確率計算はできないはずなのであるが、マリリンへの反論は、この暗黙の前提を忘れてしまっていたためにおきた。ゲームのルールをつぎのように整理しよう。

(1) 三つの扉（A、B、C）から無作為に選ばれた一ヶ所に景品が入っている。他にはヤギがいる。
(2) 挑戦者は扉を一つえらぶ。
(3) モンティ・ホールは選ばれた扉以外の二つから扉を一つあける。
(4) モンティ・ホールの開ける扉は必ずヤギがいる。
(5) モンティ・ホールは挑戦者に扉を選び直して良いと、必ず言う。

(1)は、最初の段階では、挑戦者にとって、どの扉も景品の入っている確率は⅓であるということである。そして、(2)のプロセスで挑戦者は扉Aを選んだとしよう。このとき、もっとも直感的な説明はこうだ。

表1を見ていただきたい。表の左case 1.~3.は、扉A、B、Cの向こう側に景品がある状態を示している。○のところに景品がある。それぞれのcaseのとき、モンティ・ホールがどの扉をどのくらいの確率で開けるかを示したのが、表の右側である。case 1.の場合は、等確

表1　モンティ・ホール

	確率	扉A	扉B	扉C
case 1.	1/3	○	×	×
case 2.	1/3	×	○	×
case 3.	1/3	×	×	○

⇒

扉A	扉B	扉C
○	1/2	1/2
×	○	1
×	1	○

率でB、Cのいずれかを開ける。case 2.,3. では、B、Cのいずれかのうち、明らかに、モンティ・ホールが開けなかった方に景品がある。

こう考えれば、Aを選んだ挑戦者が、Aを維持して、景品を当てるのは、case 1. のみなので、確率⅓である。出演者が答えを変えて、景品を当てるのは、case 2.,3. の合計⅔の確率ということになる。答えを変更した方が確率が上昇することがわかる。

ヤギの入った扉を開けるというモンティ・ホールの行為は、実は挑戦者に不完全ながら情報を与えているのである。そのことによって、挑戦者の確率が変動する。情報とは確率であるという所以である。

話は変わって、詐欺の話をしよう。最近よく「おれおれ詐欺」なる詐欺が流行っているそうであるが、伝統的な詐欺として未公開株を売りつける詐欺などもある。これから話をするのは後者の詐欺だ。いいカモとなるのは定年退職したばかりの夫婦といったところだろうか。あるいは、財産もそこそこ持っている、一人暮らしの老婦人だろうか。ある日、老婦人のところに、腕利きの相場師となのる人物から電話がかかってくる。相場師と名乗る男は、新しい株式予測の方法を開発したという。その方法によれば、株価の推移は百発百中だそうだ。

この新しい手法を元手とした新しいトレーディング会社を設立したので、ぜひ、我々に投資しないかという話である。

老婦人が躊躇していると、その男は、
「にわかに私たちを信じることはできませんね」と言う。「まずはお試しとして、我々の予測情報を提供しましょう。たとえば、〇〇銘柄は一週間後には値上がっているでしょう。」という。
一週間後、老婦人は新聞の株価欄を見てみると、確かに、〇〇銘柄は上昇している。間も無く、相場師の男が再び電話をかけてくる。
「どうですか、当たっていたでしょう。来週はと言いますと、こんどは、〇〇銘柄は下がるでしょう。」
一週間後、確かに下がっている。三度目の電話で男は、
「どうですか、当たっていたでしょう。来週はと言いますと、三度目の正直です、〇〇銘柄の値段は、今度は上昇します。」という。
もちろん、一週間後これが当たっているのである。最後の男の電話で、男を信じこみ、老婦人は契約を結んでしまったならば、大切な遺産を身ぐるみ持って行かれてしまっただろう。
ところで、この相場師は、気まぐれな株価をどのように当てたのだろうか。株価は上がるか下がるか、であるとするならば、三回の予測のパターンは合計八通りしかない。
一〇〇人ずつ8組の、合計八〇〇人のカモの集団を準備する。これらのカモに片っ端から電話をかける。もし、何回目かに予測が外れた集団は、もうその時点で捨てる。しかし、必ず一〇〇人は完全正解となる。老婦人はたまたまその正解集団の一人だったというわけだ。
我々が必然的結末として疑うべくもなく確信している現象は、俯瞰的な立場からみたらば、案外、気まぐれに起こっている多数の事象のある一つにすぎないのかもしれない。我々自身の

表2　二人へ貸した場合の返済額期待値

	返済額	確率	計算方法
二人ともに踏み倒される場合	0円	9%	((1−0.7)・(1−0.7))
どちらか一方に踏み倒される場合	100万円	42%	(2・0.7・(1−0.7))
どちらも返済する場合	200万円	49%	(0.7・0.7)

存在がたまたまその事象とセットでしか成り立ち得ないために、その事象を必然的と「勘違い」しているのかもしれない。

進化の帰結というものもそうであるし、文化や歴史も然り。ところが、物理学にもこの話を応用する人がいる。我々を取り巻く自然界の法則は、なぜそのようになっているのか。いや、様々な文化や歴史の国があるように、いろいろな異なる法則の宇宙が実はたくさんあるのだ、という。だが、我々の見る自然法則でない宇宙では、我々はこの形で生まれなかっただろう。この形で生まれなかったら、このように自然法則は認識できない。従って、自然法則はこのようになっている。

これを物理学の人間原理と呼ぶ。昔、子供の頃によく聞いた、「サギはなぜ片足で水辺に立っているの？」「その足も引き上げたら倒れちゃうからだよ。」という謎かけを思い出す。実際、人間原理は、自然法則について何も説明していない。

だが、細部を説明できなくても全体が成り立ってしまうことはよくある。先の詐欺の話も、老婦人は損するが、詐欺師は損しない。そして次に、信用のない人々に対してお金を貸しても、お金を回収した上で儲けることができるという話をしよう。

お金を貸し付けた場合、一〇年後に返済してくれる確率が70％という人を仮定しよう。同じ人が一〇人いれば一〇回に三回は貸し倒れるという意味であり、信頼度70％の人という言い方ができる。

さて、あなたは金持ちだったとする。この人に「一〇年後は二倍にして返してほしい」と言って、あなたは一〇〇万円を貸せるでしょうか。あなたは30％の確率で一〇〇万円を失ってしまうかもしれないと考えると、相当リスキーである。しかし、もし、同じ信頼度の人が二人いて、それぞれに五〇万円合計一〇〇万円貸すと想定した場合はどうだろう。

表2によれば、完全に損するのは一割に満たない。その一方でおおよそ貸したお金がそのまま戻ってくる。あわよくば49％の確率で（これもそんなに悪くない値だ。）儲かる。この数値を見てあなたも少し心が揺らぐのではないだろうか。一人より二人集めれば、その平均的な振る舞いの方によって、全体的な信頼度が上がり、91％の確率で一〇〇万円以上が戻ってくる。このとき「一〇〇万円以上」というものを91％信頼区間と言う。50％信頼区間といえば、

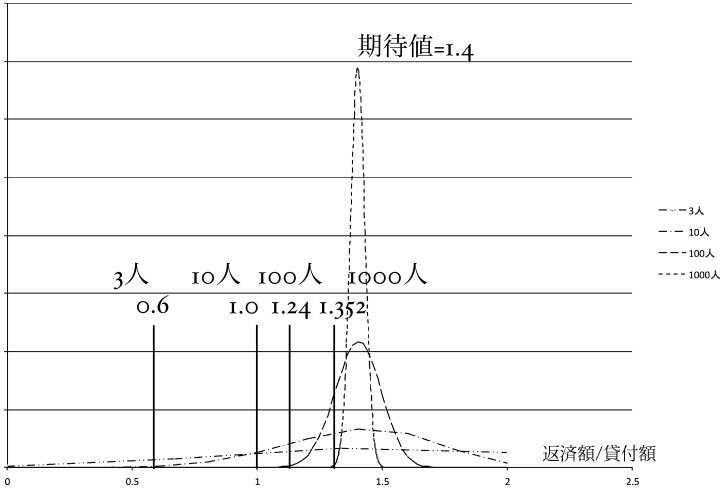

図１　対象人数と95％信頼区間

「二〇〇万円以上」ということになる。信頼区間は狭い方が良いが、確率を上げ、より確実にしようとすると信頼区間は広くなる。

もしあなたがかなりの慎重派で、95％の信頼性を確保しないと貸さないというならば、二人に貸すのでは人数が足りない。それならば、三人では、四人では…と人数を増やして行くと、どうなるだろうか。

図1は貸し付け対象人数を、三人、一〇人、一〇〇人、一〇〇〇人と増やして行ったときに、貸付額の何倍（横軸）がどれくらいの確率で返ってくるかをグラフにしたものである。このグラフにより、95％信頼区間を計算すると、三人のときは、〇・六倍以上返済され、一〇人のときは一倍以上、一〇〇人のときは、一・二四倍以上、一〇〇〇人のときは、一・三五二倍以上偏差されることとなる。グラフは人数が増えるにつれて、なだらかな形から急順に切り立った山型になっていく。原理的には、期待値の一・四倍に近づいていく。こうして見ると、一〇〇人、一〇〇〇人の債務者を集めれば、一人一人の信頼度とは無関係に、ほぼ確実に儲かることがわかる。

このように、平均という母集団全体の振る舞いは、母集団が大きくなればなるほど、個別の事象の振る舞いとの間の相関関係が希薄になっていく。たとえば、コインを投げて裏が出るか表がでるか回数を数えると、少ない回数ではどちらかに偏りがでる。しかし、コインの裏表の結果が完全にランダムである場合、回数を重ねれると、裏表の割合は半々に収束していく。このように、ランダムな試行の場合試行回数を重ねれば、ある平均的な割合に落ち着いていくという性質を大数の定理という。

この原理をみてわかることは、とにかくたくさんの債務者を集めて貸し付ければ、リスクを

負わず儲かるということだ。多く貸し付けるためにはお金がいるのだから、つまり金持ちはますます金持ちになる、ということである。

確率には二つの考え方がある。一つは、何回も試行を重ねた結果、得られた割合としての確率。頻度確率ともいう。大数の定理に従った貸付がそれである。あるいは、詐欺師の見ている俯瞰的な状況である。ロナルド・フィッシャー流の統計学はこの立場に立脚している。授業で習う確率や統計はこの手法が一般的だろう。しかし、頻度確率の恩恵に預かれるのは、詐欺師や大金持ちである。

モンティ・ホールの挑戦者には、過去の番組をくまなくチェックし、三枚の扉のどこに景品が入っていたかを調べ尽くし、頻度確率を求めるような奴もいたかもしれない。だが、金持ちでもなく、善良な市民であろうとする我々が、問題に遭遇する多くの場面では、情報と言えるものはモンティ・ホールの見せるヤギのようなものだ。

三枚の扉の向こうに景品がある確率は⅓、⅓、⅓である、というのは、不確実な状況に出会った我々の率直な気持ちの体現である。トーマス・ベイズが提唱した、もう一つの確率の考え方は、このような人のもつ感覚的な情報量を表したもので、不確実性確率という概念である。しかし彼の考案したベイズ推定という方法によれば、モンティ・ホールのヒントを逃さず、少ない試行でも回数を重ねるうちに頻度確率に近づいていく。二つの概念は矛盾するものではない。

現代は、情報とカネを集めたものが勝つという時代、扉の向こうに隠れたヤギのように、したたかに生きて行くすべはないものか。

（国際日本文化研究センター准教授）